

DOI: 10.16285/j.rsm.2016.1218

基于矢量和的滑面应力抗滑稳定分析方法

张海涛, 罗先启, 沈 辉, 毕金锋

(上海交通大学 海洋工程国家重点实验室, 上海 200240)

摘 要: 矢量和抗滑稳定分析方法根据真实应力状态定义求解安全系数, 物理意义明确, 一批学者对其进行了研究。但是当合法向力矢量投影与合剪力矢量投影的符号相反且其绝对值大于合剪力矢量投影时, 矢量和法计算出的安全系数可能为负值; 另外, 目前潜在滑移面上每点极限抗滑剪应力矢量的方向是根据潘家铮最大、最小原理确定的, 将其定义为潜在滑移体滑动趋势方向在该点切平面上投影方向的反方向, 但是潘家铮最大、最小原理描述的是滑移体力学系统抗滑能力最大, 按照矢量和法的定义式, 抗滑能力包括抗剪力和法向抗力两部分。基于矢量和思想与以上关于矢量和法的思考, 提出一种滑面应力抗滑稳定分析方法, 将潜在滑移面视为薄滑移带, 以薄滑移带作为对象进行微元受力分析, 每个微元的极限抗滑剪应力矢量方向取为该微元剪应力矢量的反向, 所有微元的极限抗滑剪力矢量和的反向定义为潜在滑移体滑动趋势方向, 最终将极限抗滑剪力矢量在滑动趋势反方向的投影与合滑动剪力矢量在滑动趋势方向的投影的比值定义为安全系数。较极限平衡法, 方法自动满足静力平衡、力矩平衡和变形协调条件, 无需受力模式假设; 较强度折减法, 新方法基于真实应力, 物理意义更加明确, 安全系数以显式表达, 无需迭代; 通过经典二维静态边坡考题, 验证此方法的可行性; 将新方法应用到三维工程实例中, 分析潜在滑移体在边坡开挖过程中安全系数的动态演化规律, 证明方法的实用性。

关 键 词: 安全系数; 矢量和; 滑动趋势; 极限抗滑剪应力矢量方向; 稳定性分析

中图分类号: TU 431

文献标识码: A

文章编号: 1000—7598 (2018)05—1691—09

Vector-sum-based slip surface stress method for analysing slip mass stability

ZHANG Hai-tao, LUO Xian-qi, SHEN Hui, BI Jin-feng

(State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240)

Abstract: The vector sum method (VSM) based on real stress state has been applied recently for analysing the slope stability, considering its clear physical meaning. However, the factor of safety (FoS) defined by VSM could be negative in the case where total normal force vector projection is negative, and its absolute value is larger than total shear force vector projection. Moreover, deduced by Pan's Principle, the direction of shear resistance stress vector of every point on potential slip surface is currently defined to be opposite to that of the projection of the potential slip direction of the possible slip mass on the tangential surface through this point. However, according to the definition of VSM safety factor and Pan's Principle, the direction of the projection of the potential slip direction on the tangential surface through this point is opposite to that of the total resistance stresses including shear and normal ones. In this study, a vector-sum-based slip surface stress method for analysing slip mass stability was proposed to overcome these two disadvantages above of VSM. The slip surface was treated as a thin slip band, and forces undertaken by an arbitrary element of the slip band was analysed. The direction of the limit resisting shear stress of an arbitrary element was defined as the opposite direction of the real shear stress, and the possible slip direction was defined as the opposite direction of the resultant limit resisting shear force. Finally, FoS was defined as the ratio of the projection of the limit resisting shear force vector sum in the opposite possible slip direction to that of real dynamic shear force vector sum in the possible slip direction. Compared with the limit equilibrium method, the proposed method satisfied the force and moment equilibrium equations and compatibility conditions without any assumption. Compared with the shear strength reduction method, the proposed method defined that the FoS was explicit form avoiding iteration. The classic two-dimension static slope case was used to verify the proposed method with comparisons among main methods for slope stability analysis, which indicated that the proposed method was feasible. Additionally, the proposed method was applied to a three-dimensional engineering case to study its stability during the excavation process, which showed the proposed method could be

收稿日期: 2016-05-27

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (973) 资助 (No. 2011CB013505); 国家自然科学基金资助 (No. 51279100)。

This work was supported by the National Program on Key Basic Research Project of China (973 Program) (2011CB013505) and the National Natural Science Foundation of China (51279100).

第一作者简介: 张海涛, 男, 1988 年生, 博士研究生, 主要从事陆上及海底边 (滑) 坡稳定性分析的研究工作。E-mail: kuanrong9@163.com

通讯作者: 罗先启, 男, 1965 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土力学与工程方面的教学与研究工作。E-mail: luoxianqi@sjtu.edu.cn

used for practical application.

Keywords: safety factor; vector sum; potential slip direction; limiting shear resistance stress vector; stability analysis

1 引言

边坡稳定分析是岩土力学与工程的古老课题,国内外普遍采用安全系数指标量化评价边坡稳定性。目前,存在多种求解安全系数的方法,根据力学分析的根本假设,可以分为两大类:一类是假设滑移体为刚体的方法,另一类是假设滑移体为变形体的方法。

极限平衡法的根本假设是将滑移体视为刚体,然后将滑移体分成微小条块,对滑移体和(或)条块列出静力平衡和力矩平衡方程求解安全系数。根据条块受力模式与滑面形状的假设,发展出多种极限平衡法。Fellenius^[1]提出瑞典条分法,假设滑面为圆弧,对滑移体进行垂直分条,不考虑条块侧面上的力(其实是假设条块两侧的力是一对平衡力,对刚体的运动效应不产生影响),累加各条块对圆心的滑动力矩和抗滑力矩,后者与前者的比值,定义为安全系数。Bishop^[2]仍假设滑面为圆弧,对滑移体进行垂直分条,但是考虑了条块两侧面上的力,假设滑移体各部分同时达到极限平衡,定义安全系数是滑动体任意一点的抗剪强度与该点实际剪应力的比值,建立条块竖向力平衡方程和滑移体对圆心的力矩平衡方程迭代求解安全系数,实际应用中再增加假设条块两侧的竖向合力为 0,即假设条块两侧竖向力等大反向,称为简化 Bishop 法。之后,Janbu^[3]、Morgenstern^[4]、Spencer^[5]、Sarma^[6]等学者基于 Bishop 安全系数的定义又对条块受力模式及滑面形状进行过不同假设,提出了其他极限平衡方法。目前,极限平衡法已经从二维发展到三维,如Hovland 的三维瑞典法^[7]、Hung 的三维简化 Bishop 法^[8]、Hung 的三维简化 Janbu 法^[9]、陈祖煜等的三维 Spencer 法^[10]、李同录等三维 Sarma 法^[11]、姜清辉等的三维极限平衡软件 SLOPE^{3D}^[12]、朱大勇等的严格与准严格三维极限平衡法^[13]、郑宏等的严格三维极限平衡法^[14]、袁恒等关于三维极限平衡法条柱间力的讨论^[15]等。关于极限平衡法的优缺点,Duncan^[16]和陈祖煜^[17]做过细致的分析,极限平衡法的优点是简单易用,但是由于基于刚体假设,没有考虑变形对应力分布的影响,所以不能保证求出的力等于真实值。

有些研究者不采用刚体假设和条分思路,将岩土体考虑为变形体。强度折减法是其中一种流行的方法,其基本思想是将岩土体剪切强度参数黏聚力

和内摩擦因数进行折减,使岩土体进入极限状态,将此时的折减系数定义为安全系数。Zienkiewicz 等^[18]提出以降低岩土体材料强度为手段,来求得安全系数,但受当时计算机发展水平的限制,未能得到普及。时隔近 20 年后,随着计算机计算能力的提高,强度折减法再次成为研究热点,Griffiths^[19]、郑宏^[20]、郑颖人^[21]、朱彦鹏^[22]等对强度折减进行了大量研究,证明了其有效性。强度折减法的优点是考虑了岩土体材料的本构关系、满足变形协调、静力平衡和力矩平衡,通过迭代计算,可以同时得到安全系数和滑移面,但是折减强度参数的方式、折减范围以及极限状态的判断标准等问题都需要进一步研究,且强度折减法是人为地迫使边坡进入一种虚拟的极限状态,安全系数的定义也就基于虚拟的应力状态,物理力学意义不明确。

因此,1983 年,基于真实应力状态和力的矢量特征,葛修润^[23]提出了“矢量和法”,将安全系数定义为滑移体的极限合抗滑力与滑动合力的比值,这里的合力是指矢量叠加求和的力,由于极限合抗滑力与合滑动力都是矢量不能直接求比值,所以将它们先在潜在滑移体整体滑动趋势方向投影、然后取比值。之后,葛修润^[24-25]又将矢量和法的基本原理及最新进展作了专题学术会议报告。近年来,矢量和法在国内引起了一批研究者的兴趣,如刘艳章^[26]、陈峰^[27]、徐佳成^[28]、郭明伟^[29]、邓琴^[30]、罗先启^[31]、付晓东^[32]、沈华章^[33]、薛海斌^[34]等在矢量和法的理论完善和工程应用方面作出了贡献。

矢量和法根据真实应力状态定义求解安全系数,物理意义明确,但是当合法向力矢量投影与合剪力矢量投影的符号相反且其绝对值大于合剪力矢量投影时,矢量和法计算出的安全系数可能为负值;另外,目前潜在滑移面上每点极限抗滑剪应力矢量的方向是根据潘家铮最大、最小原理确定的,即潜在滑移体滑动趋势方向在该点切平面上投影方向的反方向定义为潜在滑移面上每点极限抗滑剪应力矢量方向,但是按照潘家铮最大、最小原理与矢量和安全系数的定义式,抗滑能力包括抗剪力和法向抗力两部分。下文基于以上关于矢量和法的思考,以潜在薄滑移带作为对象进行微元受力分析,将极限合抗滑剪力矢量在滑动趋势反方向的投影与合滑动剪力矢量在滑动趋势方向的投影的比值定义为安全系数,建立一种基于矢量和思想的滑面应力抗滑稳

定分析法。并且通过二维边坡经典考题和三维工程实例来验证了本文方法的有效性。

2 本文方法的推导

2.1 矢量和法的讨论

矢量和安全系数定义为潜在滑移面的极限合抗滑力矢量在潜在滑移体滑动趋势反向的投影与合滑动力矢量在潜在滑移体滑动趋势方向的投影的比值。潜在滑移面的合滑动力矢量由滑面受到的所有力按照矢量加法法则求得，潜在滑移面极限合抗滑力矢量由所有滑面抗滑力矢量叠加求得。矢量和安全系数表达式如下：

$$\begin{aligned} \text{安全系数} &= \frac{\text{极限合抗滑力投影}}{\text{合滑动力投影}} = \frac{\int \vec{\sigma}'_s \cdot (-\vec{s}_1) dl}{\int \vec{\sigma}_s \cdot \vec{s}_1 dl} = \\ &= \frac{\int (\vec{\tau}_f + \vec{\sigma}'_n) \cdot (-\vec{s}_1) dl}{\int (\vec{\tau} + \vec{\sigma}_n) \cdot \vec{s}_1 dl} = \frac{\int (\vec{\tau}_f - \vec{\sigma}'_n) \cdot (-\vec{s}_1) dl}{\int (\vec{\tau} + \vec{\sigma}_n) \cdot \vec{s}_1 dl} = \\ &= \frac{\int \vec{\tau}_f \cdot (-\vec{s}_1) dl + \int \vec{\sigma}'_n \cdot \vec{s}_1 dl}{\int \vec{\tau} \cdot \vec{s}_1 dl + \int \vec{\sigma}_n \cdot \vec{s}_1 dl} \end{aligned} \quad (1)$$

式中： dl 为微元的长度（或面积）； $\vec{\sigma}'_s$ 、 $\vec{\sigma}'_n$ 和 $\vec{\tau}_f$ 分别为滑面上一点的应力矢量、正应力矢量和剪应力矢量； $\vec{\sigma}_s$ 、 $\vec{\sigma}_n$ 和 $\vec{\tau}$ 分别为滑面上一点的极限抗滑应力矢量、极限抗滑正应力矢量和极限抗滑剪应力矢量； $\vec{s}_1$ 为潜在滑移体滑动趋势方向向量。分子表示极限合抗滑力矢量在潜在滑移体整体滑动趋势反方向的投影，由极限合抗剪力矢量在此方向投影与极限合法向力矢量在此方向投影两部分组成；分母表示合滑动力矢量在潜在滑移体整体滑动趋势方向的投影，由合剪力矢量在此方向投影与合法向力矢量在此方向投影两部分组成。所以式（1）由3项组成，即极限合抗剪力矢量投影、合剪力矢量投影与合法向力矢量投影，极限合抗剪力矢量投影与合剪力矢量投影为正值，但是合法向力矢量投影的符号不能确定。当合法向力矢量投影与合剪力矢投影的符号相反且其绝对值大于合剪力矢投影时，矢量和法计算出的安全系数可能为负值。

式（1）中的潜在滑移体滑动趋势方向与潜在滑移面上每点极限抗滑剪应力矢量的方向也需要定义。目前潜在滑移体滑动趋势方向的定义有3种^[25]，即分别用合剪力矢量方向、极限合抗剪力矢量的反方向、潜在滑移体滑动剪入点与剪出点的连线方向代表整体滑动趋势方向。其中用极限合抗剪力矢量的反方向代表整体滑动趋势方向最受欢迎，因为它

符合“静摩擦力与相对运动趋势反向”的原理，物理意义清晰。目前，潜在滑移面上每一点极限抗滑剪应力矢量方向是根据潘家铮最大、最小原理定义的^[25]，即潜在滑移体滑动趋势方向在该点切平面上投影方向的反方向定义为该点极限抗滑剪应力矢量方向。潘家铮最大、最小原理^[35-36]的具体内容是：滑坡体如能沿许多滑移面滑动，则失稳时它将沿抵抗力最小的一个滑移面滑动；当滑移面确定时，滑坡体内力会自行调整，以发挥最大的抗滑能力。潘家铮最大、最小原理的后一句是：“研究者用矢量和法来确定潜在滑移面上每点极限抗滑剪应力矢量方向的依据，他们认为抗滑能力发挥最大等价于潜在滑移面上各点极限抗剪应力在潜在滑移体整体滑动趋势反方向上的投影最大，但是分析式（1）可知，分子即代表抗滑能力，抗滑能力包括抗剪力与法向抗力两部分”。

基于以上关于目前矢量和法的思考，下文给出本文方法的推导过程。

2.2 基于矢量和的滑面应力抗滑稳定分析新思路

首先推导二维潜在滑移体的安全系数表达式，二维边坡及潜在滑移面如图1(a)所示。首先，根据弹塑性力学求解潜在滑移体应力；然后选取薄滑带微元进行受力分析，如图1(b)所示，薄滑带微元受到上、下部岩体的力、相邻薄滑带微元的力和自重。当薄滑带的厚度趋近于0时，相邻两个薄滑带微元间的力和微元自重趋近于0；因此，当薄滑带的厚度趋近于0时，薄滑带的受力模式如图1(c)所示，即只有上、下部岩体对薄滑带微元的力。根据刚化公理（变形体受已知力系作用而平衡，若将该物体变为刚体，则平衡状态不受影响）将薄滑带视为刚体，再根据加减平衡力系公理（在作用于刚体上的任意力系上添加或减去任何平衡力系，不改变原有对于刚体的效应），把一对法向平衡力去掉，而不改变原有力系对于薄滑带的运动效应，这时微元只剩下上、下部岩体对微元的剪力，如图1(d)所示。

用极限抗剪应力矢量代替薄滑带下表面的剪应力矢量，矢量运算求出合剪力矢量、极限抗滑合剪力矢量，定义安全系数为

$$\begin{aligned} \text{安全系数} &= \frac{\text{抗滑合剪力矢量投影}}{\text{滑动合剪力矢量投影}} = \frac{\int \vec{\tau}_f \cdot (-\vec{s}) dl}{\int \vec{\tau} \cdot \vec{s} dl} = \\ &= \frac{\left(\int \vec{\tau}_f dl \right) \cdot \left(\int \vec{\tau}_f dl \right)}{\left(\int \vec{\tau} dl \right) \cdot \left(-\int \vec{\tau}_f dl \right)} \end{aligned} \quad (2)$$

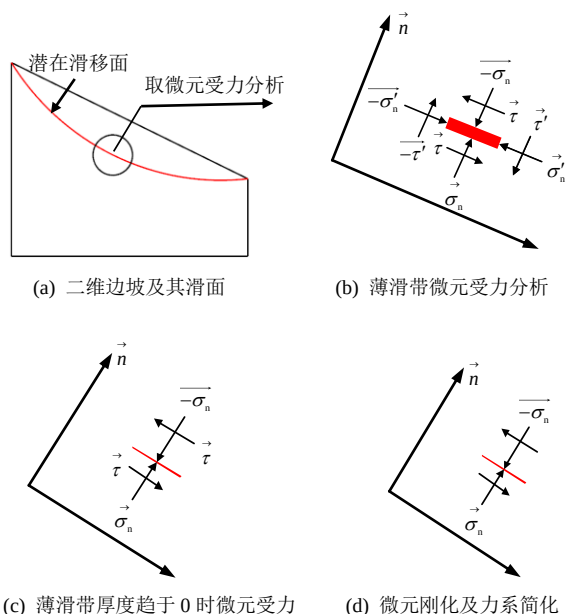


图1 潜在薄滑带受力分析与简化

Fig. 1 Force analysis of the thin possible sliding band

式中： $\vec{s}$ 为潜在滑移体极限抗滑合剪力矢量的负单位向量，且有

$$\vec{s} = - \frac{\int \vec{\tau}_f dl}{\left| \int \vec{\tau}_f dl \right|} \quad (3)$$

上述力系分析过程将式(1)中的法向力“去掉”，因此保证了安全系数总为正值，需要指出的是，本法方法只是“去掉了”法向力对潜在薄滑移带的法向运动效应，法向力对潜在薄滑移带的切向运动效应仍是以剪切强度的形式体现。根据静摩擦力与相对运动趋势反向的原理，潜在滑移体滑面上每点极限抗剪应力矢量方向取为该点剪应力矢量的反向。由潜在滑移体滑面上每点极限剪应力矢量求出滑面极限合抗剪力矢量，用潜在滑移面极限合抗剪力矢量的反方向代表潜在滑移体整体运动趋势方向。

记滑面上一点的应力张量为 σ 、滑面的法向量为 $\vec{n}$ （约定指向潜在滑移体为正）、滑面黏聚力和内摩擦角分别为 c 和 φ ，则有

$$\vec{\sigma}_s = \sigma \cdot \vec{n} \quad (4)$$

$$\vec{\sigma}_n = (\vec{\sigma}_s \cdot \vec{n}) \cdot \vec{n} \quad (5)$$

$$\vec{\tau} = \vec{\sigma}_s - \vec{\sigma}_n \quad (6)$$

$$\vec{\tau}_f = \left(c + \left| \vec{\sigma}_n \right| \tan \varphi \right) \cdot \left(-\frac{\vec{\tau}}{\left| \vec{\tau} \right|} \right) \quad (7)$$

将式(4)~(7)代入式(2)、(3)，即可计算出二维情况下的安全系数。

三维本文安全系数的推导过程与二维情况类似：选取薄滑带为研究对象，对薄滑带微元进行受力分析，去掉微元间的力和重力（薄滑带微元厚度尺寸取极限），去掉薄滑带上下表面的法向平衡力（薄滑带微元刚化），利用极限抗剪应力矢量与剪应力矢量定义安全系数：

$$\text{安全系数} = \frac{\text{抗滑合剪力矢量投影}}{\text{滑动合剪力矢量投影}} = \frac{\left(\int \vec{\tau}_f dA \right) \cdot \left(\int \vec{\tau}_f dA \right)}{\left(\int \vec{\tau} dA \right) \cdot \left(-\int \vec{\tau}_f dA \right)} \quad (8)$$

式中： dA 为三维薄滑带微元的面积。

需要说明的是，作者只是指出了当前学者根据“潘家铮最大、最小原理”确定潜在滑移面上每一点极限抗滑剪应力矢量方向以及滑移体整体滑移方向的不足之处，并没有继续按照“潘家铮最大、最小原理”进行计算（可以继续按照该原理进行计算，但需注意极限抗滑能力包括极限抗滑剪力与极限抗滑法向力两部分）。而是直接根据“静摩擦力与相对运动趋势反向”的基本原理，对于每个潜在滑面的微元分析，将其极限抗剪应力矢量方向取为该点剪应力矢量的反向，这种思路对于二维和三维都是适用的。潜在滑移体整体下滑趋势方向，仍然根据“静摩擦力与相对运动趋势反向”的基本原理，此时分析对象为整个潜在滑移面，将所有潜在滑面微元的极限抗剪力进行矢量叠加，极限合抗剪力矢量的反向定义为滑移体整体的下滑趋势方向，这种思路对于二维和三维也都是适用的。上述思路计算简单，可避免利用“潘家铮最大、最小原理”时，潜在滑移面上每一点极限抗滑剪应力矢量方向与滑移体整体滑移方向之间的迭代计算。另外，由式(2)、(3)、(8)可知，本文方法的安全系数都为正值。

3 二维边坡算例——ACADS边坡考题

3.1 算例介绍

1987年，澳大利亚应用协会 ACADS 发布了 10 道边坡考题^[37]，常被用来检验边坡稳定分析方法的准确性，本文选择其中的 EX1(a)作为检验算例^[17]。EX1(a)考题的边坡是一个均质土坡，边坡形状如图 2 所示，本文不讨论潜在滑面的确定方法，图中的滑动面采用陈祖煜^[17]计算出的潜在滑动面，土体重度 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ，弹性模量 $E = 10 \text{ MPa}$ ，泊松比 $\mu =$

0.25, 内摩擦角 $\varphi = 19.6^\circ$, 黏聚力 $c = 3 \text{ kPa}$, 侧压力系数 $K_0 = 0.25$ 。

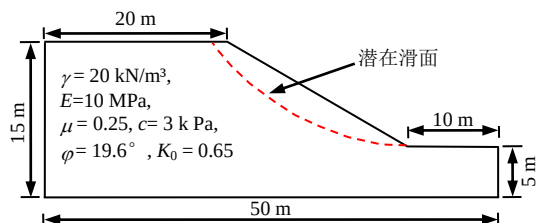


图2 ACADS 考题 E1X(a)边坡参数

Fig. 2 Slope of EX1(a) in ACADS

3.2 结果分析与讨论

多种方法计算的 ACADS 考题 EX1(a)安全系数统计于表 1 中。由表中数据可知, 本文方法计算的安全系数为 0.959, 比 Donald 推荐答案略小, 相差 4.10%; 本文还通过 FLAC 内置的强度折减法计算了安全系数, 其值为 0.928, 因此本文提出的方法较 FLAC 内置强度折减法更加接近推荐答案; 与极限平衡法方法相比, 本文计算值与它们都比较接近且略偏小, 相差 3.13%~4.10%。与矢量和法相比, 本文计算值偏小, 相差 5.14%, 但是从表达式 (1) 与 (2) 来看, 在一般情况下, 它们的大小并没有绝对关系, 特别地, 当潜在滑移体处于极限平衡状态时, 两种方法的理论计算值都等于 1。

表1 多种方法求得的 ACADS 考题 EX1(a)边坡安全系数
Table 1 Safety factors of EX1(a) slope in ACADS by different methods

计算方法	计算程序	安全系数	计算方法	计算程序	安全系数
极限平衡法 ^[17]	Donald(推荐)	1.000	极限平衡法 ^[17]	Fredlund	0.990
极限平衡法 ^[17]	SSA	1.000	强度折减法	FLAC	0.928
极限平衡法 ^[17]	STAB	0.991	矢量和法	葛修润等编程 ^[25]	1.011
极限平衡法 ^[17]	GWEDGEM	1.000	本文方法	FLAC(弹性)	0.959
极限平衡法 ^[17]	EMU	1.000			

由以上比较与分析可知, 本文方法与几种流行方法及矢量和法的计算值相差较小, 具有可行性, 而且其力学意义清晰。

4 三维边坡实例应用

4.1 工程及潜在滑移体概况

乌东德水电站是金沙江下游河段 4 个水电梯级中的最上游梯级, 是西电东送骨干电源点之一。坝址区地质条件复杂, 使得乌东德边坡稳定性分析成为一个重要课题, 本文就其中某个潜在滑移体进行分析。此潜在滑移体位置如图 3 所示。断层 F14 与

断层 f42 的切割形成了潜在滑移体的两侧弱结构面边界, 边坡岩体工程的扰动形成了潜在滑移体其他边界。潜在滑移体由 3 部分组成, 如图 3 所示, 即两个连续台阶开挖步涉及的部分岩体 (图 3 中红色与绿色所示) 和不开挖的部分岩体 (图 3 中粉色所示), 潜在滑移体体积为 $10\,761.041 \text{ m}^3$ (红色部分) + $84\,584.883 \text{ m}^3$ (绿色部分) + $173\,728.939 \text{ m}^3$ (粉色部分) = $269\,074.863 \text{ m}^3$ 。

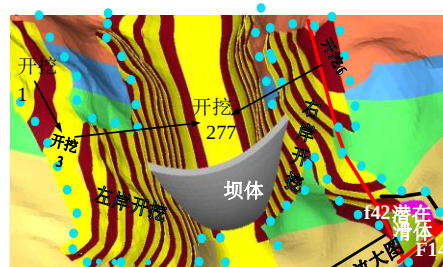


图3 潜在滑移体与断层、开挖边坡及坝体的位置

Fig. 3 Locations of possible slip mass, excavated slope and dam

4.2 数值计算模型

潜在滑移体稳定性分析数值计算模型, 如图 4 所示。模型顺河向长为 $1\,373.5 \text{ m}$, 横河向长为 $1\,793.5 \text{ m}$, 上游边界距坝体为 554.5 m , 下游边界距坝体为 819.0 m , 右岸边界距右坝肩顶为 916.0 m ,

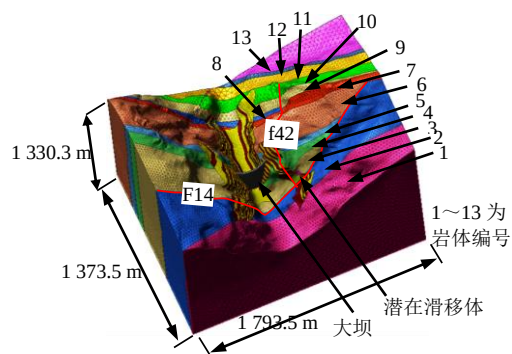


图4 乌东德水电站潜在滑移体稳定性分析数值计算模型

Fig. 4 Numerical model for analysing the possible slip mass in Wudongde Hydropower Station

左岸边界距左坝肩为 650.0 m, 底部边界距坝体底部为 720.0 m (约为坝高的 2.7 倍), 顶部边界由四周沿竖直方向延伸与地表交线确定。网格最小尺寸为 1.0 m (潜在滑移体)、最大尺寸为 30.0 m, 单元共 107.3 万个, 节点共 23.9 万个。

计算采用摩尔-库仑模型, 模型四周施加法向位移约束, 底部施加固定位移约束, 初始条件为自重应力。借助有限差分软件 FLAC^{3D} 实现整个计算过程。计算参数见表 2 和表 3。

表 2 岩体物理力学参数
Table 2 Parameters of rock strata

岩体 编号	弹性模量 / GPa	泊松比	黏聚力 / MPa	内摩擦角 /(°)	抗拉强度 / MPa	密度 /(kg/m ³)
1	8.0	0.29	9.00	41.99	4.0	2 750
2	22.5	0.24	1.60	52.43	7.5	2 750
3	16.0	0.26	1.30	47.73	6.5	2 750
4	27.5	0.22	1.90	56.31	8.5	2 750
5	20.0	0.24	1.60	52.43	6.0	2 750
6	27.5	0.22	1.90	56.31	8.5	2 750
7	20.0	0.24	1.60	52.43	6.0	2 750
8	20.0	0.24	1.60	52.43	7.5	2 750
9	8.0	0.24	1.60	52.43	7.5	2 750
10	4.0	0.24	1.60	52.43	6.0	2 750
11	27.5	0.22	1.90	56.31	8.5	2 750
12	16.0	0.26	1.30	47.73	5.3	2 750
13	27.5	0.24	1.90	56.31	8.5	2 750

表 3 断层物理力学参数
Table 3 Parameters of faults

断层	法向刚度 / GPa	切向刚度 / GPa	凝聚力 / kPa	内摩擦角 /(°)	抗拉强度 / MPa
F14	1.60	1.60	80.0	21.8	1.00
f42	1.60	1.60	80.0	21.8	1.00

4.3 结果分析与讨论

乌东德坝水电站边坡为台阶式分步开挖, 如图 3 与图 4 所示, 数值计算时, 分 27 步开挖计算, 左岸边坡自上而下、从第 1 步依次开挖至 27 步, 右岸边坡自上而下、从第 6 步依次开挖至 27 步。边坡开挖过程中, 潜在滑移体安全系数变化如图 5 所示。在图 5 中, 开挖 0 步表示边坡未开挖状态, 开挖第 15 步和 16 步分别涉及图 3 中潜在滑移体的红色与绿色部分。由于此次计算关心的是潜在滑移体局部稳定性, 尤其是开挖活动靠近潜在滑移体时 (即开挖第 14~16 步), 潜在滑移体的稳定性骤变, 所以没有提取数据计算开挖第 1~13 步的安全系数; 另外, 开挖第 16 步以后, 每隔两个开挖步, 提取一次数据、计算安全系数。

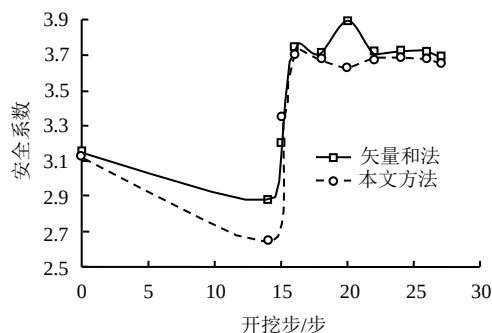


图 5 边坡开挖过程中潜在滑移体安全系数演化规律及两种安全系数的比较

Fig. 5 Evolution of safety factors during the excavation process by VSM and the proposed method

由图 5 可知, 在边坡开挖过程中, 两种方法计算的安全系数都大于 1, 原始矢量和安全系数变化范围为 2.869~3.739, 本文方法安全系数变化范围为 2.646~3.709, 表明潜在滑移在边坡开挖过程中具有较高的稳定性。前 14 步开挖的岩体都处于潜在滑移体的上方, 开挖扰动了潜在滑移体内部应力, 因此安全系数较自然边坡状态减小; 开挖第 15 步和第 16 步, 潜在滑移体的安全系数较前一步明显增大, 这是因为潜在滑移体自身被切削, 内力重新调整增加了其稳定性; 接下来的开挖步, 潜在滑移体的安全系数小幅波动, 这是因为这些开挖步距离潜在滑移体较远, 对潜在滑移体内部应力影响较小。

比较矢量和法与本文方法可知, 在整个边坡开挖过程中, 安全系数的变化趋势基本一致, 只有在开挖第 20 步时, 两种方法的计算值变化趋势有差异, 矢量和法安全系数的第 20 步数值较前开挖步大 5.332%、较后一开挖步大 4.942%; 本文方法安全系数的第 20 步数值较前一步开挖小 1.322%、较后一步开挖大 1.534%。在第 18 步以后的开挖中, 开挖岩体都距离潜在滑移体较远, 而且开挖第 20 步较其余开挖步没有特别之处, 潜在滑移体安全系数不会产生较大波动。因此, 作者认为此处两种方法的安全系数的差异是由数值计算误差造成的。综上所述, 在整个边坡开挖过程中, 两种方法的安全系数数量值上差异较小, 只有在第 14 步和第 20 步的差异稍大, 分别为 7.767%和 6.914%, 这两处差异可能是数值计算的误差造成的。

5 结 论

(1) 对矢量和安全系数定义式中各项、潜在滑移面上每一点极限抗滑剪应力矢量方向、潜在滑移体整体滑动趋势方向进行了讨论。当合法向力矢量投影与合剪力矢量投影的符号相反且其绝对值大于

合剪力矢量投影时, 矢量和法计算出的安全系数可能为负值; 目前潜在滑移面上每点抗滑剪应力矢量的方向是根据潘家铮最大、最小原理确定, 但是潘家铮最大、最小原理是在描述滑移体力学系统抗滑能力最大, 按照矢量和法的定义式, 抗滑能力包括抗剪力和法向抗力两部分。

(2) 根据矢量和的思想, 尝试推导了一种新的抗滑稳定分析方法, 选取薄滑带为研究对象, 对薄滑带微元进行受力分析, 采用薄滑带微元厚度尺寸取极限与薄滑带微元刚化等策略受力分析, 并采用极限抗滑剪应力矢量与剪应力矢量给出矢量和形式的安全系数。

(3) 通过经典二维静态边坡考题算例, 与极限平衡法、强度折减法 and 矢量和法进行对比, 结果表明, 本文方法与几种极限平衡法方法相差 3.13%~4.10%, 本文方法比 FLAC 内置的强度折减法更加接近考题的“标准答案”, 此方法与矢量和法相差 5.14%, 从而证明了方法的有效性。

(4) 将本文方法应用到三维工程实例中, 分析潜在滑移体在边坡开挖过程中安全系数的动态演化规律, 并对比了本文方法与矢量和法的安全系数计算值, 结果表明, 两种方法的安全系数的变化趋势基本一致, 量值上差异较小。

参考文献

- [1] FELLENIUS W. Calculation of the stability of earth dams[C]//Transactions of the 2nd Congress on Large Dams, International Commission on Large Dams of the World Power Conference. Washington D. C.: [s. n.], 1936.
- [2] BISHOP A W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes[J]. *Geotechnique*, 1955, 5(1): 7—17.
- [3] JANBU N. Earth pressure and bearing capacity calculations by generalized procedure of slices[C]//Proceedings of the 4th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. London: [s. n.], 1957.
- [4] MORGENSTERN N R, PRICE V E. The analysis of the stability of general slip surfaces[J]. *Geotechnique*, 1965, 15(1): 79—93.
- [5] SPENCER E. A method of analysis of embankments assuming parallel inter-slice force[J]. *Geotechnique*, 1967, 17(1): 11—26.
- [6] SARMA S K. Stability analysis of embankments and slopes[J]. *Geotechnique*, 1973, 23(3): 423—433.
- [7] HOVLAND H J. Three-dimensional slope stability analysis method[J]. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 1977, 103(9): 971—986.
- [8] HUNGR O. An extension of Bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimensions[J]. *Geotechnique*, 1987, 37(1): 113—117.
- [9] HUNGR O, SALGADO F M, BYRNE P M. Evaluation of a three-dimensional method of slope stability analysis[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1989, 26(4): 679—686.
- [10] 陈祖煜, 弥宏亮, 汪小刚. 边坡稳定三维分析的极限平衡方法[J]. *岩土工程学报*, 2001, 23(5): 524—529.
CHEN Zu-yu, MI Hong-liang, WANG Xiao-gang. A three-dimensional limit equilibrium method for slope stability analysis[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2001, 23(5): 525—529.
- [11] 李同录, 王艳霞, 邓宏科. 一种改进的三维边坡稳定性分析方法[J]. *岩土工程学报*, 2003, 25(5): 611—614.
LI Tong-lu, WANG Yan-xia, DENG Hong-ke. An improved method for three-dimensional slope stability analysis[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2003, 25(5): 611—614.
- [12] 姜清辉, 王笑海, 丰定祥, 等. 三维边坡稳定性极限平衡分析系统软件 SLOPE^{3D} 设计及应用[J]. *岩石力学与工程学报*, 2003, 22(7): 1121—1125.
JIANG Qing-hui, WANG Xiao-hai, FENG Ding-xiang, et al. SLOPE^{3D}——a three-dimensional limit equilibrium analysis software for slope stability and its application[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003, 22(7): 1121—1125.
- [13] 朱大勇, 钱七虎. 三维边坡严格与准严格极限平衡解答及工程应用[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, 26(8): 1513—1528.
ZHU Da-yong, QIAN Qi-hu. Rigorous and quasi-rigorous limit equilibrium solutions of 3D slope stability and application to engineering[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(8): 1513—1528.
- [14] 郑宏. 严格三维极限平衡法[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, 26(8): 1529—1537.
ZHENG Hong. A rigorous three-dimensional limit equilibrium method[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(8): 1529—1537.
- [15] 袁恒, 罗先启, 张振华. 边坡稳定分析三维极限平衡条柱间力的讨论[J]. *岩土力学*, 2008, 32(8): 2453—2458.
YUAN Heng, LUO Xian-qi, ZHANG Zhen-hua. Discussion on force between columns of three-dimensional limit equilibrium for slope stability analysis[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2008, 32(8): 2453—

- 2458.
- [16] DUNCAN J M. State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes[J]. **Journal of Geotechnical Engineering, ASCE**, 1996, 122(7): 577—596.
- [17] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.
- CHEN Zu-yu. Soil slop stability analysis—theory, methods and programs[M]. Beijing: China Water Power Press, 2003.
- [18] ZIENKIEWICZ O C, HUMPHESON C, LEWIS R W. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics[J]. **Geotechnique**, 1975, 25(4): 671—689.
- [19] GRIFFITHS D V, LANE P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. **Geotechnique**, 1999, 49(3): 387—403.
- [20] 郑宏, 李春光, 李焯芬, 等. 求解安全系数的有限元法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(5): 626—628.
- ZHENG Hong, LI Chun-guang, LEE C F, et al. Finite element method for solving the factor of safety[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2002, 24(5): 626—628.
- [21] 郑颖人, 赵尚毅, 宋雅坤. 有限元强度折减法研究进展[J]. 后勤工程学院学报, 2005, 21(3): 1—6.
- ZHEN Ying-ren, ZHAO Shang-yi, SONG Ya-kun. Advance of study on strength reduction finite element method[J]. **Journal of Logistical Engineering University**, 2005, 21(3): 1—6.
- [22] 朱彦鹏, 杨晓宇, 马孝瑞, 等. 边坡稳定性分析双折减法几个问题[J]. 岩土力学, 2018, 39(1): 331—338.
- ZHU Yan-peng, YANG Xiao-yu, MA Xiao-rui, et al. Several questions of double reduction method for slope stability analysis[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2018, 39(1): 331—338.
- [23] 葛修润. 用 PC 型微机对岩体工程课题进行有限元分析[C]//第一届全国计算岩土力学研讨会论文集. 成都: 西南交通大学出版社, 1987.
- GE Xiu-run. The finite element analysis on rock mass and engineering with PC[C]//Proceedings of Symposium on the 1st National Computational Mechanics on Rock and Soil. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 1987.
- [24] 葛修润. 抗滑稳定分析新方法——矢量和分析法的基本原理及其应用[C]//第十一次全国岩石力学与工程学术大会. 武汉: 湖北省科学技术出版社, 2010.
- GE Xiu-run. A new method for anti-sliding stability analysis—basic principle of vector sum analysis method and its application[C]//Proceedings of the 11th National Conference on Rock Mechanics and Engineering. Wuhan: Hubei Science & Technology Press, 2010.
- [25] GE Xiu-run. Vector sum method: a new method for anti-sliding stability analysis[C]// Proceedings of the 12th ISRM International Congress on Rock Mechanics. [S. l.]: Taylor & Francis Group, 2011.
- [26] 刘艳章, 葛修润, 李春光, 等. 基于矢量法安全系数的边坡与坝基稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 26(10): 2130—2140.
- LIU Yan-zhang, GE Xiu-run, LI Chun-guang, et al. Stability analysis of slope and foundation based on vector method safety factor[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(10): 2130 — 2140.
- [27] 陈锋. 基于矢量和法的边坡三维极限平衡稳定分析法及应用[D]. 杭州: 浙江大学, 2008.
- CHEN Feng. A limit equilibrium model for 3D slope analysis based on vector sum method and application[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2008.
- [28] 徐佳成. 基于矢量和法安全系数的边坡稳定性研究[D]. 北京: 中国地质大学, 2009.
- XU Jia-cheng. Stability analysis of slope based on vector method safety factor[D]. Beijing: China University of Geosciences, 2009.
- [29] 郭明伟, 葛修润, 李春光, 等. 基于矢量和方法的边坡稳定性分析中整体下滑趋势方向的探讨[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(4): 577—583.
- GUO Ming-wei, GE Xiu-run, LI Chun-guang, et al. Study on potential sliding direction in slope stability analysis based on vector sum method[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2009, 31(4): 577—583.
- [30] 邓琴, 郭明伟, 李春光, 等. 基于边界元法的边坡矢量和稳定分析[J]. 岩土力学, 2010, 31(6): 1971—1976.
- DENG Qin, GUO Ming-wei, LI Chun-guang, et al. Vector sum method for slope stability analysis based on boundary element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(6): 1971—1976.
- [31] 罗先启, 袁恒. 求解边坡矢量和安全系数的三维条分法[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(增刊 1): 2865—2870.
- LUO Xian-qi, YUAN Heng. Solution of vector sum factor of safety of slope by three dimensional method of columns[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2011, 30(Supp.1): 2865—2870.